27

ING. HUMBERTO PÉREZ VELASCO humberto.perez.ce96@dgeti.sems.gob.mx

CALCULO DIFERENCIAL

GUÍA DE ESTUDIOS PARA EXTRAORDINARIO

Actividad 1:

Buscar en internet o cualquier otro medio la definición de derivada:

INFORMACIÓN

Notación de Lagrange

Una comilla indica la primera derivada de la función

X =Variable independiente

$$f'_{(x)} = 2x$$

Resultado, derivada

Nombre de la función

Esta fórmula se lee como: "efe prima de equis es igual a dos equis"

Notación de Leibnitz

Nombre de la función

$$\frac{df}{dx} = 2x$$

Variable independiente

Resultado de la derivada

Esta fórmula se lee como: "la derivada de la función efe con respecto de equis es igual a dos equis

Proposiciones útiles para el cálculo de derivadas:

Proposición 1

La derivada de una función constante es igual a cero

Ejemplo 1

Función	f(x)=3	f(z)=1000	f(x)=-10.5676	f(x)=√5
Derivada	f´(x)=0	f´(z)=0	f´(x)=0	f´(x)=0

Proposición 2

La derivada de una variable independiente de EXPONENTE Y COEFICIENTE uno es uno, esto es: sea la función f(x)=x, entonces f´(x) = 1

Actividad 2:

Determina la derivada de las siguientes funciones a partir de la definición de derivada

No.	Función	Resultado
1	f(x)=4	F¨(x)=0
2	f(y)=y	
3	g(x)=x	
4	f(y)=-34	
5	f(x)=-790/123	
6	f(x)=x	
7	f(z)=π	
8	f(x)=0	
9	f(x)=-x	
10	f(y)=-y	

Proposición 3

La derivada del producto de una constante por una variable independiente de exponente uno, es igual al producto de la constante por la derivada de la variable independiente

Ejemplo 2

Funcion	f(x)=3x	f(x)=1000x	f(x)=-10.56x	f(x)=√5x
Derivada	f´(x)=3	f´(x)=1000	f´(x)=-10.56	f´(x)= √5

Actividad 3:

Utilizando directamente la proposición 3, calcula la derivada de las siguientes funciones y anota qué notación se está empleando.

Función	Derivada	Notación de ...
y=-x	y´=	
y= 5z	dy / dz =	
f(x)=(2/4) X	df / dx =	
f(y)= -3Y	df (y) / dy =	
f(x)= πx	f´(x) =	

Actividad 4:

Une cada función lineal con la situación que se describe colocando el número en el paréntesis correspondiente

1.- Un estudiante camina con una velocidad de 2 m/s	( ) T=-0.5 (s)
2.- Un automóvil lleva una velocidad constante de 60 km/h	( ) v=60t
3.- La temperatura de un líquido baja 0.5 grados Celsius por segundo de manera constante	( ) P=15x
4.- La potencia eléctrica en un circuito (P) donde una fuente de 15 volts hace circular una corriente de x amperes	( ) v=2t

Derivadas de operaciones con funciones.

Veremos la manera de cómo se realiza una derivada de las funciones más comunes

INFORMACIÓN

- Derivada de una función de la forma $f(x)=x^n$ donde "x" es una variable y "n" un número real

Función	$f(x)=x^4$	$f(x)=x^6$	$f(x)=x^{-4}$	$f(x)=x^{1/2}$	$f(x)=x^{-3/2}$	$f(x)=\sqrt{x}$
Derivada	$f'(x)=4x^3$	$f'(x)=6x^5$	$f'(x)=-4x^{-5}$	$f'(x)=1/2x^{-1/2}$	$f'(x)=-3/2x^{-5/2}$	$f'(x)=1/2x^{-1/2}$

- Derivada de la suma de funciones. La derivada de la suma de un número finito de funciones es igual a la suma de las derivadas de cada una de las funciones.

  Ejemplo: sea la función $f(x)=x^3 + x^2 -x +1$ si derivamos a cada una de ellas nos queda de la siguiente forma:

  $f'_1(x)=x^3$, $f'_2(x)=x^2$, $f'_3(x)=-x$, $f'_4(x)=1$,

  y si derivamos cada una de ellas entonces queda de la siguiente forma:

  $f'_1(x)=3x^2$, $f'_2(x)=2x$, $f'_3(x)=-1$, $f'_4(x)=0$

  Por lo tanto, el resultado sería: $f'(x)=3x^2 + 2x -1$

- La derivada del producto de una constante por una función, es el producto de la constante por la derivada de la función.

Ejemplos:

Función	$f(x)=2x^4$	$f(x)=5x^6$	$f(x)=-x^{-4}$	$f(x)=1/4x^{1/2}$	$f(x)=2x^{-3/2}$	$f(x)=3\sqrt{x}$
Derivada	$f'(x)=8x^3$	$f'(x)=30x^5$	$f'(x)=4x^{-5}$	$f'(x)=1/8x^{-1/2}$	$f'(x)=-3x^{-5/2}$	$f'(x)=3/2x^{-1/2}$

Actividad 5:

Calcula las siguientes derivadas combinando todas las reglas y proposiciones que se han visto hasta el momento

Función	Derivada
$f(x)=-5x^4$	
$h(x)=5x^3 + 3$	

$v(x)=x^2 + 2x + 1$	
$u(x)=-x^3 + 18x^2 + 9x$	
$f(x)=2x^{3/7} + 2/3\ x^{1/2}$	

- La derivada del producto de funciones

La derivada del producto de dos funciones es igual a la derivada de la primera función multiplicado por la segunda, más la derivada de la segunda función por la primera

Ejemplo:

Derivar la siguiente función $f(x)= (3x-4)^2$

También se puede expresar de la siguiente manera: $f(x)= (3x-4)\ (3x-4)$

De esta manera se tienen: $h(x)= (3x-4)$ y $g(x)= (3x-4)$

Como es un producto (multiplicación) entonces procedemos a realizarla:

$$\begin{array}{rrr} & 3x & -4 \\ & 3x & -4 \\ \hline & -12x & +16 \\ 9x^2 & -12x & \\ \hline 9x^2 & -24x & +16 \end{array}$$

Y si procedemos a derivar aplicando lo ya visto anteriormente: $f'(x)= 18x - 24$

Actividad 6:

Deriva las siguientes funciones:

1. $f(x) = (2x^3 - 7x^2 + 4)\ (x - 1)$
2. $f(x) = (-2x + 3)\ (-2x^{-2} + 3x^{-1} - 3)$
3. $f(x) = (x^2 - 6)\ (-x - 2)$

- La derivada del cociente de funciones

La derivada del cociente (división) de funciones, donde la función que se encuentra en el denominador, es distinta de cero (0), será igual al producto (multiplicación) de la derivada de la función que está en el numerador y la función que se encuentra en el denominador, menos el producto de la derivada de la función que se halla en el denominador y la función que se localiza en el numerador, esta diferencia se divide entre la función que se encuentra en el denominador elevada al cuadrado:

Sean:

$f(x)$

$g(x)$

$h(x)$

Funciones reales, si

f(x)= g(x) / h(x) donde h(x) ≠ 0, entonces tendremos la derivada siguiente:

Fórmula para derivar el cociente de dos funciones: *f´(x) = [g´(x) h(x) – h´(x) g(x)] / (h(x))^2*

Ejemplo:

Derivar la siguiente función: $f(x) = (3x^2 – x) / x^2$

Para esto se tiene que: *f´(x) = [g´(x) h(x) – h´(x) g(x)] / (h(x))^2*

$g(x) = (3x^2 – x)$

$h(x) = x^2$

$g´(x) = 6x - 1$

$h´(x)=2x$

$(h(x))^2 = (x^2) (x^2)= x^4$

Sustituyendo en la fórmula para derivar el cociente de dos funciones tenemos:

f´(x) = [g´(x) h(x) – h´(x) g(x)] / (h(x))^2

$f´(x) = (6x - 1) (x^2) – 2x(3x^2 - x) / x^4$

Simplificando: **$f´(x) = (6x - 1) (x^2) – 2x(3x^2 - x) / x^4$ nos queda de la siguiente manera:**

$= \cancel{6x^3} – x^2 – \cancel{6x^3} +2x^2 / x^4$

$= x^2 / x^4 = 1/x^2$

Actividad 7:

Buscar información de lo siguiente:

- La derivada de la función logarítmica
- La derivada de la función exponencial
- La derivada de la función trigonométrica

Solo para lectura no haga nada

- Derivadas sucesivas

  Al derivar la función de una variable independiente "x" se obtiene una nueva función de "x", dicha función la podemos volver a derivar con respecto a la nueva función obteniendo así la segunda derivada o también llamada derivada de segundo orden, si volvemos a derivar la misma función se obtiene una tercera derivada o también llamada derivada de tercer orden.

  Se representan de la siguiente manera:

Notación	Lagrange	Newton	Leibniz	euler
Segunda derivada	f´(x)	$\ddot{x}$	d^2f/dx^2	$D_x^2 f$
Tercera derivad	f´´(x)	$\dddot{x}$	d^3f/dx^3	$D_x^3 f$
Cuarta derivada	$f^{IV}(x)$		d^4f/dx^4	$D_x^4 f$
n-esima derivada	$f^n(x)$		d^nf/dx^n	$D_x^n f$

Ejemplo:

Sea la función: $f(x)= x^4 + x^3 + x^2 - 72$

$f'(x)= 4x^3 + 3x^2 + 2x$

$f''(x)= 12x^2 + 6x + 2$

$f^{IV}(x)= 24x + 6$

Actividad 8:

Derivar la siguiente función:

$f(x)= -7x^5 + 30x^4 + 20x^3 -10x+25$

$f'(x)=$

$f''(x)=$

$'''(x)=$

NOTA: SOLO REALIZAR LAS ACTIVIDADES (SON 8) LAS CUALES ESTÁN EN COLOR ROJO, LO DEMÁS ES INFORMACIÓN PARA QUE LAS PUEDA RESOLVER. GRACIAS

REALIZAR CORRECTAMENTE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS:

1. $\underset{x\to 1}{lim} 2X$
2. $\underset{x\to 3}{lim} x^2$
3. $\underset{x\to 3}{lim}(2x+1)$
4. $\lim_{x\to 1}(3x^2+1)$
5. $\lim_{x\to 2}(x^3+1)$